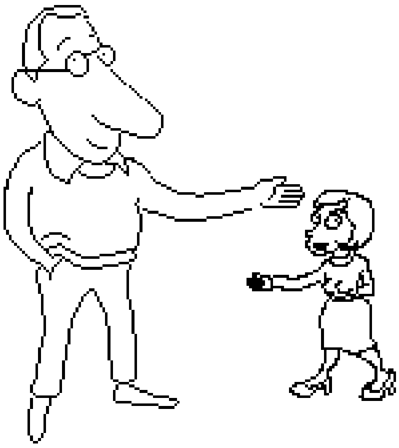
16 3º ESO

«El hombre hoy día sabe medir el universo pero no conoce la medida de sí mismo»
Dostoyeski

Proporcionalidad



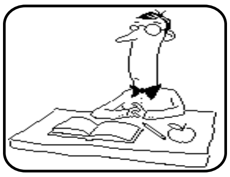
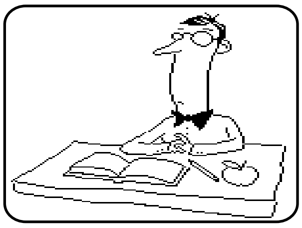
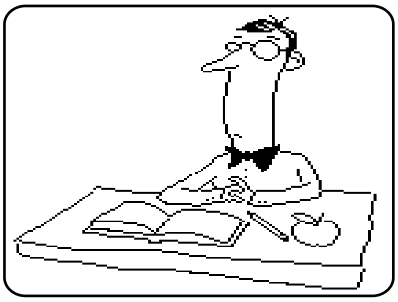
ÍNDICE:

TELEVISIÓN PANORÁMICA

Las televisiones normales tienen un formato 4:3

Esto significa que la proporción entre el largo y el alto es como 4 es a 3: $\frac{\text{largo}}{\text{alto}} = \frac{4}{3}$

Todas las televisiones tienen la misma proporción $\mathbf{\frac{4}{3}}$, aunque unas sean más grandes que otras:

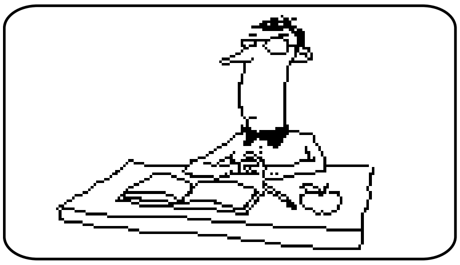
Según lo explicado anteriormente completa la siguiente tabla:

Largo de la tele	Alto de la tele
4 dm	
8 dm	
	60 cm
	90 cm

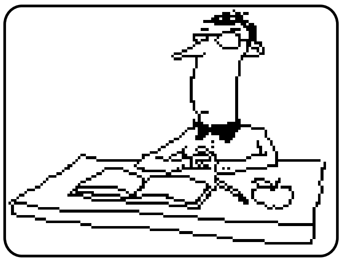
Sin embargo en las proyecciones cinematográficas se utiliza otro formato el 16:9.

Es decir, que ahora la proporción $\frac{\text{largo}}{\text{alto}}$ es

Según parece se adapta mejor al campo visual humano.



Cinematográfica: 16:9



Televisión 4:3

Proporcionalmente la pantalla cinematográfica es más **alargada** que la de televisión

Según lo anterior escribe a la derecha de cada dimensión si se trata de una pantalla de TV o de CINE

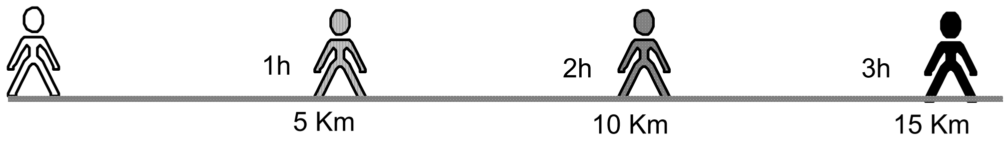
Largo	**Alto**	**Proporción**	**Tipo**
4 dm	3 dm	$\frac{4}{3}$	TV
16 dm	9 dm	$\frac{16}{9}$	Cine
20 cm	15 cm		
8 m	4,5 m		
16 cm	10 cm		
256 columnas	192 filas		

1. PROPORCIONALIDAD SIMPLE

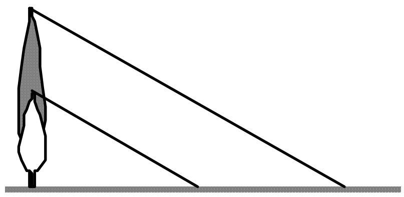
Una observación elemental del hombre es la relación que existe entre las magnitudes físicas.

Por ejemplo,

• Existe una proporción entre las horas que camino y la distancia que recorro.



• Existe también una proporción entre la altura de un árbol y la longitud de su sombra. Hay una proporción.



• Completa la siguiente tabla:

Tiempo caminando (h)	**x**	1	2	3		
Distancia recorrida (km)	**y**	5			30	

En este caso la relación que existe se llama de PROPÓRCIONALIDAD DIRECTA. Las dos variables se dice que son directamente proporcionales.

Significa que al doble, triple,…etc. de una de las magnitudes implicadas le corresponde el doble, triple,…etc. de la otra.

Matemáticamente se expresa así:

$$\frac{y}{x} = K; \text{ o bien, } y = K \cdot x$$

Al valor K se le llama CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD.

¿Cuánto vale K en la tabla anterior y qué significado tiene?

Completa la tabla y halla la constante de proporcionalidad en el siguiente caso:

Altura de un árbol. (m)	**x**	6	10	50	70	
Sombra que produce (m)	**y**		5			

¿Cuánto vale K en este caso y qué significado tiene?

• De las siguientes relaciones indica cuáles son de proporcionalidad directa y porqué:

– El precio de un coche y el impuesto que lleva.

– El lado de un cuadrado y su área.

– El peso de un bote de pintura y la superficie que puedo pintar.

Los problemas de proporcionalidad directa los resolveremos por regla de tres, proporcionalidad de fracciones o reducción a la unidad.

REGLA DE 3

Variable 1	Variable 2
x	y
x′	y′

$$x \cdot y' = x' \cdot y$$

Es decir, se multiplican en cruz.

• Ejercicio: Con 3 botes de pintura he pintado 9 m^2 de pared. ¿Cuántos botes necesitaré para pintar 12 m^2.

INVERSA

Otro tipo de relación es la siguiente:

• Supongamos que entre varios amigos queremos hacer un regalo a un profesor por valor de 10 €.

La cuota que tiene que aportar cada uno no es directamente proporcional sino inversamente proporcional al n° de participantes.

• Completa la tabla:

N° participantes	**x**	1	2			
Cuota (Pts)	**y**			2′5 €		

En este caso al doble, triple,…de una variable —n° participantes— le corresponde la mitad, la tercera,…parte de la otra —cuota que han de aportar—. Por eso se dicen INVERSAMENTE PROPORCIONALES.

Ahora la relación matemática es que:

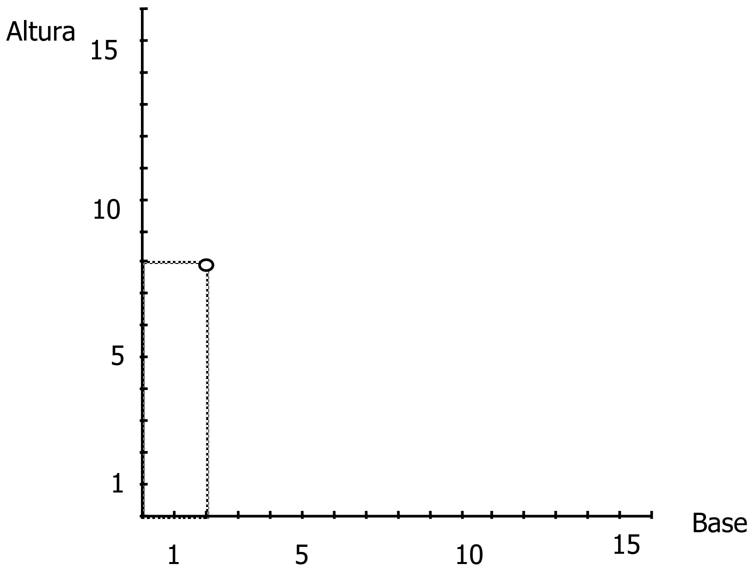
$$x \cdot y = K$$

Nuevamente a K se le llama constante de proporcionalidad inversa.

• ¿Cuál es la constante en el caso anterior?

• Dibuja 4 rectángulos distintos de área 16 m^2 y después completa la tabla.

Por último une los vértices de todos para ver que figura geométrica resulta.



Base (m)	x		2	4	8	
Altura (m)	**y**	16				

– ¿Cuál es la constante de proporcionalidad inversa en este caso?

• Los problemas de proporcionalidad inversa se pueden resolver por la regla de tres inversa

Variable 1	Variable 2
x	y
x′	y′

$$x \cdot y = x' \cdot y'$$

Es decir, se multiplican en línea.

• Ejercicio.– 6 obreros tardaron 10 días en realizar una obra. ¿Cuántos serán necesarios para acabarla en 3 días?

2. REPARTOS PROPORCIONALES

PROPORCIÓN

• Se llama proporción a la relación de igualdad que se da entre dos fracciones equivalentes:

Por ejemplo,

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

Podríamos leerlo así: «3 es a 5 como 6 es a 10»

• Una propiedad muy importante de las proporciones es que la suma o resta de los numeradores guarda la misma proporción con respecto a la suma o resta de los denominadores.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{3+6}{5+10} = \frac{9}{15}$$

REPARTO DIRECTO

Una determinada cantidad se puede repartir proporcionalmente de forma directa o inversa.

Por ejemplo,

• Tres socios distribuyen sus ganancias de forma directamente proporcional a su aportación. ¿Cómo lo harían si uno aportó 1 millón, otro 2 millones y otro 3 millones y la ganancia ha sido de 12 millones?

Socio	Aportación (millones)	Ganancia
A	1	x
B	2	2x
C	3	3x
Total		x + 2x + 3x = 12

6x = 12. Luego x = 2

Luego,

A: x = 2 = 2 millones.

B: 2 · 2 = 4 millones.

C: 3 · 2 = 6 millones.

REPARTO INVERSO

• Dispongo de 26 horas para enseñar una tarea a 3 niños de 2, 3 y 4 años respectivamente.

Decido dedicarles un tiempo inversamente proporcional a su edad. Es decir, dedicarle más tiempo al de menor edad.

Niño	Edad	Tiempo
A	2	$\frac{1}{2}$ x
B	3	$\frac{1}{3}$ x
C	4	$\frac{1}{4}$ x
Total		$\frac{1}{2}$ x + $\frac{1}{3}$ x + $\frac{1}{4}$ x = 26

Es decir, el primer niño se llevará lo proporcional a $\frac{1}{2}$; el segundo lo proporcional a $\frac{1}{3}$ y el tercero lo proporcional a $\frac{1}{4}$.

Repartir mi tiempo de forma inversamente proporcional a la edad es lo mismo que directamente al inverso de la edad.

Inverso a EDAD >—equivale—> Directo a INVERSO-EDAD

Darle un tiempo inversamente proporcional a su edad es lo mismo que dárselo directamente proporcional al inverso de su edad.

Acabamos de resolver el problema.

3. PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

• Se habla de proporcionalidad compuesta a aquellos problemas en los que tenemos más de dos variables implicadas.

Por ejemplo,

8 pintores pintan 4000 m^2 en 20 días. ¿Cuántos días necesitarán 10 pintores para pintar 6000 m^2?

Para resolverlo procederemos de la siguiente forma:

1° Situar la variable que tiene la incógnita entre las otras dos llevando los datos correspondientes:

nº pintores	tiempo (días)	superficie(m^2)
8	20	4000
10	x	6000

2° Ver qué tipo de proporcionalidad se da entre la incógnita y las otras dos variables.

I		D
nº pintores	tiempo (días)	superficie(m^2)
8	20	4000
10	x	6000

3° Operar según las reglas respectivas. Multiplicar en cruz si es directa y en línea si es inversa.

$$8 \cdot 20 \cdot 6000 = 10 \cdot x \cdot 4000$$

• Leyendo 2 h al día, tardé 10 días en leerme un libro de 1000 págs.
¿Cuántas días necesitaré para leerme un libro de 3000 Págs. leyendo 4 h al día?

4. INTERÉS SIMPLE

Al dinero que depositamos en un banco para obtener unos beneficios se le llama CAPITAL, al beneficio obtenido INTERÉS.

Se llama RÉDITO al tanto por ciento que concede el banco.

Por ejemplo, un banco que ofrezca el 4% de rédito anual, significa que si yo deposito 100000 Pts al final del año me abonarán el 4% de 100000 Pts.

Es decir, $\frac{4}{100} \cdot 100000 = \frac{400000}{100} = 4000$ Pts de intereses.

La fórmula es:

$$\mathbf{I = C \cdot r \cdot t}$$

Interés es igual al capital por el rédito por el tiempo.

• Si deposito 480 000 Pts en un banco que ofrece un rédito del 3,5% anual. ¿Qué interés producirá en dos años y medio?

5. NÚMEROS ÍNDICE

Los alumnos del Instituto Ebasolodot han variado de la siguiente manera a lo lardo de su historia:

Año	N° alumnos	Indice en %
90	250	100
91	300	
92	450	
93	500	

Los números índice se elaboran para ver la evolución de una variable con el tiempo de forma más clara. Se suelen dar en %

Para ello:

1º Se toma una fecha como referencia al que se le da el valor 100. En nuestro caso a 250 alumnos que era la matrícula del año 89•90

2º Se pasan las cantidades de otros años proporcionalmente. Es decir,

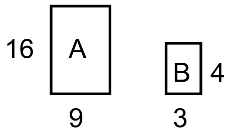
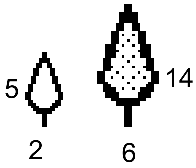
N° alumnos	N° índice
250	100
300	y

Según esto completa la tabla y contesta a estas preguntas:

- ¿Qué tanto por ciento aumento el primer año?

- ¿Qué tanto por ciento de aumento ha experimentado del año 90 al 93?

- Encuadrar en sus sitio:

	**¿Qué puerta es más alargada proporcionalmente?**
	**¿Qué árbol es más esbelto (alargado) proporcionalmente?**

APÉNDICE

PITÁGORAS Y LA MÚSICA

Pitágoras, muy amante de la música, se dio cuenta de que el número de vibraciones de una cuerda sonora es, a igualdad de tensión, inversamente proporcional a su longitud. Y el tono depende precisamente del número de vibraciones.

En la práctica no se aplica totalmente ese principio, pues la diferencia de longitudes tendría que ser enorme (la más corta tendría 10 cms y la más larga 15 metros). para evitarlo, se varía también el grosor y la tensión de las mismas.

REPARTO INVERSO

Repartir N de forma inversamente proporcional a a, b y c es lo mismo que hacerlo directamente a 1/a, 1/b y 1/c.

Luego, $\frac{x}{\frac{1}{a}} = \frac{y}{\frac{1}{b}} = \frac{z}{\frac{1}{c}} = \frac{N}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}} = \frac{Nabc}{bc+ac+ab}$

Por lo tanto, $x = \frac{Nbc}{bc+ac+ab}, \ldots$